

# 解题报告

## 第一题

将三种操作按顺序记为 A, B, C。

没有能量的情况只能使用 A 操作，设现在还存活的怪有  $n$  只，按顺序记所有怪的血量为  $a_1, a_2, \dots, a_n$ ，那么最后总伤为

$$\left[ \sum_{i=1}^n (n-i+1)a_i \right] - n$$

用 A 操作的减伤为 0。

如果用一次 B 操作，在伤害打满的情况下，显然用在  $a_1$  上会使总伤减小最多，共减小  $2n - n = n$

如果用一次 C 操作，总伤减小

$$\left[ \sum_{i=1}^n (n-i+1) \right] - n$$

如果 B 操作伤害不能打满，相当于浪费一点能量，一定要用在后面的  $a_i \geq 2$  上使得伤害打满，会使总伤减小

$$2(n-i+1) - n = n + 2 - 2i$$

每次贪心选减伤最多的操作即可。

## 第二题

策略：每次找目前还没有打过的且生命值最大的怪去打。

考虑目前已经打过了  $[l, r]$  间的怪，那么考虑在不同侧的一个生命值为  $x_1$  并且要走  $y_1$  步的怪和一个生命值为  $x_2$  并且要走  $y_2$  步才能打到的怪，如果  $x_1 > x_2$ ，那么

$$\max(x_1 + y_1, x_2 + y_1 + y_2) \leq \max(x_1 + y_1 + y_2, x_2 + y_2)$$

所以如果在左侧打了一系列怪之后又去右侧打一系列怪必须满足左侧最后打的怪的生命值要大于等于右侧最后打的怪的生命值。

每次向左/右扩张肯定要扩张到当前侧最大生命值的那只怪，不然留到后面打肯定不优，最开始也一定要从生命值最大的怪开始，留到后面打也一定不优。

将怪的生命值从大到小排序，每次看当前生命值最大的怪是否被打过，如果没有被打过就去打，最后根据打怪的顺序计算出需要的初始力量即可。

## 第三题

最坏的情况就是每次选都恰好选到当前没选过的生命值最大的怪。如果设定一个值  $x$ ，每次如果一个怪打  $x$  下都不死就换一个怪，这样最坏情况下可以打到前面所有生命值大于  $x$  和中间  $m$  个生命值小于等于  $x$  的怪。

在打怪的过程中可以先使用较小的  $x_0$  去打尾部的一段怪，再使用较大的  $x_1$  去打中间的一段怪，依次类推，打的怪会被分成很多段。但是分两段就可以通过本题的所有数据，其正确性未知。

两段：两重循环枚举 $x_0$ 和 $x_1$ 的值，暴力用最坏情况得到答案是 $O(n^2m)$ 的，利用前缀和优化可以做到 $O(nm)$ 。

多段：

$$f[i][j] : [1, j] \text{中间打了} i \text{个怪, 并且打了} j$$
$$f[i][j] = \min_{k=1}^{j-1} f[i-1][k] + a_j(j-k) = ja_j + \min_{k=1}^{j-1} \{f[i-1][k] - ka_j\}$$

使用斜率优化是 $O(mn \log n)$ 的。

## 第四题

考虑建出图的一棵 dfs 树，非树边就只包含返祖边。

如果删掉的边是非树边，那么不会影响连通性，在删去所有非树边之后考虑删掉树边的情况。如果存在一条树边没有被任何非树边覆盖，那么删去它后会导致图不连通，同理如果删去两条满足覆盖它们的非树边集合相同的树边也会导致图不连通。

考虑利用哈希去表示覆盖某一条树边的所有非树边，经典方式是对所有非树边赋予一个 $[0, 2^{64} - 1]$ 之间的随机数，并以覆盖某条树边的所有非树边权值的异或和作为其哈希值。这种方法不容易导致冲突，哈希值相同的边所对应的覆盖它的非树边是相同的，哈希值为 0 代表这条树边没有被任何非树边所覆盖。

在搜索出 dfs 树的过程中标记好所有非树边，然后下放边权，做一个树上的异或差分就可以得到每条树边的哈希值。

对于每一个询问，只需要分开其中所有的树边和非树边，将要删去的非树边的影响从被删去的树边中除去，根据异或的性质直接异或即可。最后判断是否有两条树边的哈希值相同或者一条树边的哈希值为 0 即可。单次判断的时间复杂度是 $O(c_i^2)$ 的。

如何判断要删去的非树边是否会覆盖一条要删去的树边？只需要判断这条树边 $(u, v)$ 的两个顶点是否非树边 $(s, t)$ 所覆盖的链上即可，判断方式为验证是否有 $lca(u, s) = lca(v, s) = s, lca(u, t) = u, lca(v, t) = v$ 。利用 ST 表求 lca 可以做到单次 $O(1)$ 的时间复杂度。

输入文件较大，建议使用好一点的读入优化。

时间复杂度 $O(n \log n + qc_i^2)$ 。