

# 提高组模拟试题 DLC (1)

## 一、题目概况

试题名称	传送门	摆肖像	审疑犯	断电源
英文题目名称	portal	portrait	possibility	power
可执行文件名	portal	portrait	possibility	power
输入文件名	portal.in	portrait.in	possibility.in	power.in
输出文件名	portal.out	portrait.out	possibility.out	power.out
时间限制	1 秒	1 ~ 4 秒	1.5 秒	1.5 秒
空间限制	512 MB	512 MB	512 MB	512 MB
测试点数目	20	20	6	4
测试点是否等分	是	是	否	否
题目类型	传统题	传统题	传统题	传统题
Special Judge	有	无	无	无

## 二、题目特殊要求

本场比赛中没有题目有特殊要求。

## 三、注意事项

- (1) 文件名（程序名，输入输出文件名）**必须使用小写**。
- (2) C/C++ 中 `main()` 函数的**返回值类型必须是 `int`**，程序正常结束时的返回值**必须是 0**。
- (3) 一切样例、测试数据**均在 Windows 7 环境下生成**。
- (4) 评测时开启 C++14 (或者 C++11)，**开启 O2 优化**。栈空间与题目空间限制等同。
- (5) **不保证大样例强度，不保证题目按难度顺序排序**。
- (6) 严禁使用 NOI 考试明确禁止使用的代码，严禁提交长于 100KB 的代码。若被记零分，后果自负。
- (7) 如无特殊说明，结果的比较方式是「全文比较，过滤行末空格及文末回车」。

# T1. 传送门 (portal)

- 时间限制：1.0 秒，空间限制：512 MB
- 含 Special Judge

## 1.1 【题目背景 Background】

*"That glow... that enchantment is the work of a very old group of builders, a group so old that they existed even before the Order of the Stone!... You see, if these builders truly existed, and if you found their temple... that means we're one step closer to finding... 'The Eversource!' What a beautiful sight!"*

—Ivor explaining about the Old Builders.

## 1.2 【题目描述 Description】

杰西一行人进入了传送门网络（下文简称为「网络」），去寻找传说中的「永恒力量」（The Eversource），却发现昔日宏伟的网络如今早已破败不堪，亟待修复。

通过阅读墙上的说明，杰西得知这个网络本来设有若干个传送门和若干个连接传送门之间的穿梭设施。穿梭设施可以使得一个人仅用 1 秒时间从一个传送门位移到另一个传送门。如果把传送门看成节点，把穿梭设施看成边，则这个网络可以被抽象成一个**不带权的简单无向图**。

由于时间的侵蚀，大部分传送门和所有穿梭设施早已损坏，只剩下 1 号，2 号两座传送门仍然矗立着。

传送门网络的设计十分精妙：

(1) 由于传送门的建设十分耗材，所以原网络的**传送门数量不大于 1000**。但是**穿梭设施不耗材**，可以随便建造。

(2) **1 号传送门是这个网络的起点**，而古老建筑者们的家在 2 号传送门后。相传，古老建筑者们为了快速回家，在建设传送门网络时，特地让 1 号传送门到 2 号传送门的最短路数量**严格等于  $k$** 。

只要设计出的传送门网络满足以上两条性质，那么传送门网络就会被重新激活。

艾弗知道，永恒力量就在 2 号传送门后。杰西一行人物资紧缺，为了到达 2 号传送门，杰西一行人希望建造尽量少的传送门，来激活传送门网络。

**一句话题意：**构造一个简单无向图，使得 1 号点与 2 号点之间的最短路数量严格等于  $k$ ，且点数尽量少。

## 1.3 【输入格式 Input Format】

一行 6 个正整数  $k, n_5, n_4, \dots, n_1$ 。 $k$  的含义见题目描述。 $n_5, n_4, \dots, n_1$  的含义见下文。

## 1.4 【输出格式 Output Format】

第一行两个正整数  $N, M$ ，表示**新的网络的传送门个数**<sup>1</sup>和使用的穿梭设施的个数。必须满足  $N \leq 1000$ 。

接下来  $M$  行，每行两个整数  $x, y$ ，表示存在一个连接了  $x$  号传送门和  $y$  号传送门的穿梭设施。

保证合法的解存在，若有多解，输出任意解均可。

## 1.5 【样例输入 #1 Sample Input No.1】

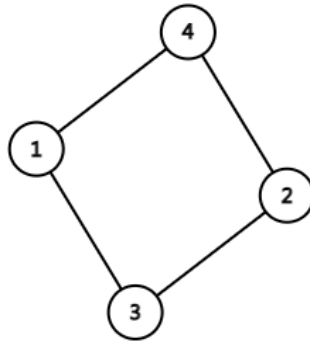
```
2 4 5 6 7 8
```

## 1.6 【样例输出 #1 Sample Output No.1】

4 4  
 1 3  
 3 2  
 1 4  
 2 4

### 1.7 【样例解释 #1 Sample Explanation No.1】

样例输出的网络如图所示：



可以轻易看出，1号传送门到2号传送门的最短路径长度为2，共有2条。（1-3-2与1-4-2）

### 1.8 【数据规模 Constraints】

对于100%的数据， $k \leq 10^9$ ,  $n_1 \leq 1000$ ,  $\forall i \in [1, 4], n_{i+1} \leq n_i$ 。完整的数据范围详见下表。对于测试点13~20，满足  $k \geq 6 \times 10^8$ 。

测试点	$k$	特殊性质	测试点	$k$	特殊性质
1	= 2	无	11	-	$k$ 是 2 的次幂
2	= 3	无	12	-	$k$ 是 2 的次幂
3	= 4	无	13	-	无
4	= 5	无	14	-	无
5	= 6	无	15	-	无
6	= 9	无	16	-	无
7	= 10	无	17	-	无
8	-	$k$ 是 2 的次幂	18	-	无
9	-	$k$ 是 2 的次幂	19	-	无
10	-	$k$ 是 2 的次幂	20	-	无

### 1.9 【评分标准 Scoring Standards】

设你建造的网络中，1号传送门到2号传送门的最短路径数为  $K$ 。若你的输出满足以下任意一点：

- $K \neq k$
- $N > 1000$
- 网络中有自环，重边。
- 输出不合法。

则该测试点得 0 分。

否则，若存在  $1 \leq i \leq 5$ ，使得  $N \leq n_i$ ，则该测试点得  $i$  分。若有多个  $i$  满足条件，取最大的  $i$ 。

各个测试点的  $n_i$  见下表：

测试点编号	$n_5$	$n_4$	$n_3$	$n_2$	$n_1$
1~7	50	150	350	600	1000
8~12	170	250	450	750	1000
13	650	720	775	875	1000
14	400	500	700	775	950
15	300	400	500	700	850
16	250	300	375	500	750
17	220	300	350	400	650
18	200	250	300	320	500
19	165	210	240	270	400
20	165	190	225	250	300

## T2. 摆肖像 (portrait)

- 时间限制：1.0 ~ 4.0 秒，空间限制：512 MB

### 2.1 【题目背景 Background】

"They're absolutely exquisite! Perfect!"

—Ivor when looking at his portrait.

### 2.2 【题目描述 Description】

毒死所谓的"旅行家" Torque Dawg 后，「白南瓜头」( White Pumpkin ) Cassie Rose 并未在他的库存内发现她想要的宝藏。纵使她十分失望，但是肖像仍然得换。Cassie Rose 传送回她的地下室，拿出打了叉的肖像，跑回大厅。

偌大的大厅里，墙上整齐的排着  $n$  张肖像，每一张的编号为  $a_1, a_2, \dots, a_n$ 。Cassie Rose 上一次作案已经是几年前了，再次回到大厅时，才发现自己已经忘记 Torque Dawg 的肖像摆在哪里了。

Cassie Rose 决定重新布置肖像墙，使得最终肖像墙上， $n$  张肖像的编号形成一个**不下降序列**。简单点说，就是把这  $n$  张肖像按编号  $a_i$  排序。

Cassie Rose 是一名比较菜的 Oler，她最后决定使用**冒泡排序**来达成自己的目的。具体地说，Cassie Rose 会在**每一次检视**中，扫过每一张肖像；如果存在  $i \in [1, n)$ ，使得  $a_i > a_{i+1}$ ，那么，Cassie Rose 就会交换第  $i$  张肖像与第  $i + 1$  张肖像。Cassie Rose 会不断检视，直到这  $n$  张肖像的编号形成一个**不下降序列**。注意，当序列**已经有序之后**，Cassie Rose **还会进行最后一次检视**，确认序列有序。

由于 Cassie Rose 学过量子波动速读，她每一次检视仅需花费 1 毫秒。但是，新的问题接踵而至：

- 这个世界从不太平，府邸内僵尸丛生，三不五时就会有人死亡。
- 由于 Cassie Rose 上一次作案，来到肖像墙时已经是几年前，有一些肖像已经泛黄、破损，需要更换。

这就导致 Cassie Rose **还没开始检视时**，就要**更换一些肖像**。

面对巨量的肖像与更换操作，Cassie Rose 陷入了茫然。于是，她找到了你，希望你帮她计算一下，**每一次更换肖像后**，她需要花费多少毫秒才能完成排序过程。

### 2.3 【输入格式 Input Format】

第一行两个正整数  $n, q$ ， $n$  表示肖像的张数， $q$  表示更换肖像的次数。

第二行， $n$  个正整数  $a_1, a_2, \dots, a_n$ 。  $a_i$  表示初始时第  $i$  张肖像的编号。

接下来  $q$  行，每行两个正整数  $pos, val$ ，表示这一次更换是把第  $pos$  张肖像更换成编号为  $val$  的肖像。

### 2.4 【输出格式 Output Format】

$q$  行。表示每一次更换操作后，Cassie Rose 需要多少毫秒，才能完成排序。

### 2.5 【样例输入 #1 Sample Input #1】

```
4 2
1 2 3 4
1 3
3 1
```

### 2.6 【样例输出 #1 Sample Output #1】

## 2.7 【样例解释 #1 Sample Explanation #1】

第一次修改中， $a_1$  的值被改成了 3，我们得到了一个肖像数组  $\{3, 2, 3, 4\}$

第二次修改中， $a_2$  的值被改成了 1，我们得到了一个肖像数组  $\{3, 2, 1, 4\}$

对于  $\{3, 2, 3, 4\}$ ，Cassie Rose 开始排序：

- 第一次检视时，肖像并未有序。因为  $a_1 > a_2$ ，所以交换这两张肖像得到新的肖像数组  $\{2, 3, 3, 4\}$ ；因为  $a_2 \leq a_3$ ， $a_3 \leq a_4$ ，所以不交换它们。
- 第二次检视时，肖像已经有序，排序完毕。耗时 2 毫秒。

对于  $\{3, 2, 1, 4\}$ ，Cassie Rose 开始排序：

- 第一次检视时，肖像并未有序。因为  $a_1 > a_2$ ，所以交换这两张肖像得到新的肖像数组  $\{2, 3, 1, 4\}$ ；因为  $a_2 > a_3$ ，所以交换这两张肖像得到新的肖像数组  $\{2, 1, 3, 4\}$ ；因为  $a_3 \leq a_4$ ，所以不交换它们。
- 第二次检视时，肖像并未有序。因为  $a_1 > a_2$ ，所以交换这两张肖像得到新的肖像数组  $\{1, 2, 3, 4\}$ ；因为  $a_2 \leq a_3$ ， $a_3 \leq a_4$ ，所以不交换它们。
- 第三次检视时，肖像已经有序，排序完毕。耗时 3 毫秒。

## 2.8 【更多样例 More Samples】

见下发 `samples/portrait2.in(.ans)`, `samples/portrait3.in(.ans)`。它们分别符合测试点 4、15 的性质。

## 2.9 【数据规模 Constraints】

对于 100% 的数据， $1 \leq n, q \leq 5 \times 10^5$ ， $1 \leq a_i, val \leq 10^9$ ， $1 \leq pos \leq n$ 。完整的数据规模详见下表：

测试点编号	$n$	$q$	$a_i, val$	时间限制
1	$\leq 5 \times 10^5$	$= 0$	$\leq 10^9$	1 秒
2	$\leq 200$	$= 1$	$\leq 10^3$	1 秒
3	$\leq 200$	$\leq 100$	$\leq 10^3$	1 秒
4	$\leq 200$	$\leq 200$	$\leq 10^6$	1 秒
5	$\leq 200$	$\leq 200$	$\leq 10^9$	1 秒
6	$\leq 200$	$\leq 200$	$\leq 10^9$	1 秒
7	$\leq 4000$	$\leq 4000$	$\leq 10^6$	1 秒
8	$\leq 6000$	$\leq 6000$	$\leq 10^9$	1 秒
9	$\leq 8000$	$\leq 8000$	$\leq 10^9$	1 秒
10	$\leq 8000$	$\leq 8000$	$\leq 10^9$	1 秒
11	$\leq 8000$	$\leq 8000$	$\leq 10^9$	1 秒
12	$\leq 5 \times 10^4$	$\leq 5 \times 10^4$	$\leq 100$	3 秒
13	$\leq 5 \times 10^4$	$\leq 5 \times 10^4$	$\leq 100$	3 秒
14	$\leq 5 \times 10^4$	$\leq 5 \times 10^4$	$\leq 100$	3 秒
15	$\leq 5 \times 10^4$	$\leq 5 \times 10^4$	$\leq 100$	3 秒
16	$\leq 2 \times 10^5$	$\leq 2 \times 10^5$	$\leq 2 \times 10^5$	3 秒
17	$\leq 4 \times 10^5$	$\leq 4 \times 10^5$	$\leq 10^9$	3 秒
18	$\leq 5 \times 10^5$	$\leq 5 \times 10^5$	$\leq 5 \times 10^5$	3 秒
19	$\leq 5 \times 10^5$	$\leq 5 \times 10^5$	$\leq 10^9$	4 秒
20	$\leq 5 \times 10^5$	$\leq 5 \times 10^5$	$\leq 10^9$	4 秒

## T3. 嫌疑犯 (possibility)

- 时间限制：1.0 秒，空间限制：512 MB

### 3.1 【题目背景 Background】

"So hard to say - I mean, the way they keep throwing each other on the minecart tracks it's like they're ALL guilty."

—Jesse to Lukas. (Determinant)

### 3.2 【题目描述 Description】

随着 DanTDM<sup>2</sup> 走出密室，杰西总算审问完了所有  $n$  名嫌疑犯。

纵使杰西问了每位嫌疑犯很多问题，但是他仍然难以锁定真凶——所有人都在把锅丢给别人，人人都有犯罪动机。

密室外面，人们急不可耐的等待杰西的调查结果。杰西急得像热锅上的蚂蚁，努力分析着嫌疑犯的一举一动，但却仍然难以窥破真相。最终，杰西决定——先随机指控一名嫌疑犯。

嫌疑犯被分别编号为  $0 \sim n - 1$ 。杰西随机想了四个数  $p, q, a, b$ ，其中  $p$  是质数。

然后，杰西构造了如下递推关系：

$$\begin{aligned} S_0 &= a \\ S_{i+1} &= S_i^2 \bmod b \\ D_i &= S_i \bmod p \end{aligned}$$

然后令

$$\text{Num}(p, q) = \sum_{i=0}^q D_i \times p^i$$

再令  $F(p, q)$  为  $\text{Num}(p, q)$  的阶乘的唯一分解式中，因子  $p$  的次数。则杰西选定的嫌疑犯的编号即为  $F(p, q) \bmod n$ 。

杰西随机选定了  $p, q, a, b$  后，很快算出了答案，走出了密室，准备宣布结果。

但杰西不知道的是，审问结束后，DanTDM 趁着没人注意的间隙，悄悄溜进了密道，知晓了杰西选定犯人的方式与他随机选定的  $p, q, a, b$  四个数。但是 DanTDM 拿着草稿纸算了半天也没算出答案。

如果杰西选中了 DanTDM 的话，那么 DanTDM 就要被囚禁在刚才的密室中，而 DanTDM 不希望被关进密室。所以，DanTDM 希望你帮他算一下，杰西究竟选择了几号嫌疑犯？

### 3.3 【出题人注 Problemsetter's Note】

为了防止有同学对题目意思产生困惑，故在这里解释一些用到的数学知识。**但是请注意：这些知识点都在提高组的考查范围内。**

**唯一分解定理：**对于任意大于 1 的正整数  $n$ ，我们可以把它表示成  $p_1^{e_1} p_2^{e_2} \cdots p_k^{e_k}$  的形式，其中： $p_1, p_2, \dots, p_k$  均为质数且  $p_1 < p_2 < \dots < p_k$ ， $e_i > 0$ 。且这种表示形式对于任意  $n$  唯一。我们令这种表示方式为  $n$  的**唯一分解式**。

### 3.4 【输入格式 Input Format】

第一行一个正整数  $T_{est}$ ，表示子任务编号，以便选手方便的获得部分分。你可能并不需要使用这个信息。

第二行，五个正整数， $n, p, q, a, b$ ，含义如题目中所示。



### 3.5 【输出格式 Output Format】

一行，一个正整数，表示杰西最终选择的嫌疑犯的编号。

### 3.6 【样例输入 #1 Sample Input #1】

```
1
7 3 4 11 4
```

### 3.7 【样例输出 #1 Sample Output #1】

```
2
```

### 3.8 【样例解释 #1 Sample Explanation #1】

$$D_0 = 2, D_1 = 1, D_2 = 1, D_3 = 1, D_4 = 1$$

$$Num(p, q) = 122, F(p, q) = 58, F(p, q) \bmod 7 = 2$$

### 3.9 【更多样例 More Samples】

见下发 samples/possibility2.in(.ans), samples/possibility3.in(.ans)。它们分别满足子任务 2、4 的性质。

### 3.10 【数据范围 Constraints】

对于 100% 的数据，满足  $1 \leq a, b \leq 10^9$ ， $1 \leq q \leq 5 \times 10^6$ ， $5 \leq p \leq 200$ ， $3 \leq n \leq 10^{18}$ 。保证  $\gcd(p-1, n) = 1$ 。保证  $p$  是质数。

本题使用子任务捆绑测试，并使用「取最小值」得分规则。对于一个子任务，你必须 AC 这个子任务中所有数据才能拿到这个子任务的分数，否则这个子任务即为 0 分。

- 子任务 1 (4 分)：样例 1
- 子任务 2 (11 分)： $Num(p, q) \leq 15$ 。
- 子任务 3 (33 分)： $q \leq 10^3, n \leq 10^9$ 。
- 子任务 4 (24 分)： $n \leq 10^9$ 。
- 子任务 5 (17 分)：保证  $n = p^5$ 。
- 子任务 6 (11 分)：无任何限制。

## T4. 断电源 (power)

### 4.1 【题目背景 Background】

"I will destroy you both to preserve functionality!"

—PAMA to Jesse and Lukas/Petra, underestimating Lukas/Petra's mental powers.  
(Determinant)

### 4.2 【题目描述 Description】

杰西成功短路了三个供能塔，PAMA 已经几近崩溃，失去一切功能。只要拔除「红石心脏」(The Redstone Heart)，就能使得 PAMA 停止运转。杰西跳进了总控室，开始最后的作战。

总控室里，红石心脏闪烁着幽幽的红光。杰西只见面前整齐的摆着  $n$  个未拉下的拉杆，编号为  $1, 2, \dots, n$ 。每个拉杆上还标着三个数  $r_i, p_i, h_i$ 。杰西拿出哈珀留给他的《PAMA 手册》，上面写道：

#### 14.3 终止工作

在 PAMA 仍在运行时，保护协议启动，无法拔除红石心脏。

PAMA 需要通过红石能和电能工作，并散发出热能。初始时，PAMA 存储着  $P$  点红石能与  $P$  点电能。此时 PAMA 工作最稳定，**不散发出热能**。

若选择拉下  $i$  号拉杆，则 PAMA 的红石能将会**减少**  $r_i$  点，电能**减少**  $p_i$  点，而同时**散发出**  $h_i$  点热能。

当 PAMA 内部的**红石能仍大于等于 0 点**，但内部的**电能小于等于 0 点时**，红石系统将因为不稳定核反应爆炸。**爆炸强度等于散发出的热能总数**。而 PAMA 也会停止运行。（**PAMA 内部没有热能损失**）

此时拔除红石心脏，终止工作即完成。

杰西希望在拔除红石心脏的同时，使得**爆炸强度最小**。作为杰西的助理，这个问题自然而然的落到了你的头上。

### 4.3 【输入格式 Input Format】

第一行一个整数  $T$ ，表示测试数据的数量。

对于每组测试数据：

第一行为两个正整数  $n, P$ 。

第二行为  $n$  个非负整数，第  $i$  个数表示  $r_i$ 。

第三行为  $n$  个非负整数，第  $i$  个数表示  $p_i$ 。

第四行为  $n$  个非负整数，第  $i$  个数表示  $h_i$ 。

### 4.4 【输出格式 Output Format】

对于每组测试数据：

如果能拔除红石心脏，则输出一行一个非负整数，表示最小爆炸强度。

否则请输出 `Bad Luck`。

### 4.5 【样例输入 #1 Sample Input #1】

```
2
5 25
1 3 6 10 13
13 7 8 15 16
2 3 10 2 7
4 1
99 82 443 53
19260 8171 9260 817
233 666 1000 1234567
```

#### 4.6 【样例输出 #1 Sample Output #1】

```
4
Bad Luck
```

#### 4.7 【样例解释 #1 Sample Explanation #1】

对于第一组数据，杰西可以按下 1 号，4 号拉杆。此时，PAMA 内部剩余 14 点红石能，-3 点电能。共计散发出 4 点热能。容易证明没有更优解法。

对于第二组数据，不存在能拔除红石心脏的情况。

#### 4.8 【更多样例 More Samples】

见下发 `samples/power2.in(.ans)`, `samples/power3.in(.ans)`。它们分别符合子任务 2、4 的性质。

#### 4.9 【数据范围 Constraints】

**本题使用子任务捆绑测试，并使用「取最小值」得分规则。对于一个子任务，你必须 AC 这个子任务中所有数据才能拿到这个子任务的分数，否则这个子任务即为 0 分。**

对于 100% 的数据， $1 \leq T \leq 5$ ， $1 \leq n \leq 1000$ ， $0 \leq r_i, p_i, P \leq 10^4$ ， $0 \leq h_i \leq 2 \times 10^6$ 。且对于任意  $i(1 \leq i \leq n)$ ，均有  $r_i \leq p_i$ 。

为了方便你获得部分分，同一个测试点内的  $n$  都相同。

以下设  $Test$  为测试点编号。

- 子任务 1 (测试点 1~7, 17 分) :  $n = 10 + Test$
- 子任务 2 (测试点 8~16, 31 分) :  $n = 970 + Test$ ,  $r_i, p_i, P \leq 100$
- 子任务 3 (测试点 17~21, 19 分) :  $n = 970 + Test$ , 所有  $h_i = 0$
- 子任务 4 (测试点 22~30, 33 分) : 除  $n = 970 + Test$  外无任何限制

---

1. 不是建造的传送门的个数！ [↩](#)

2. DanTDM 是一位 Minecraft 油管主，在 Minecraft: Story Mode 第六集中友情加盟并且亲自为自己配音（大雾）。在原剧情中，DanTDM 由于就餐时所坐的位置下有按钮，被当做杀死 Captain Sparklez 的嫌疑人之一，并接受了杰西的审问。 [↩](#)