递归

增量法(按一定顺序加入点并考虑构造方案的变化)

分治

先查询一些特殊位置的信息

分类处理

设计权重函数,在每次操作后要让权重函数改变一定的量,更接近我们想要的值

找到一些不等式,并构造卡满不等式上界

剥叶子

随机(random_shuffle)

把限制再紧一点（每次随意操作->定下来每次轮流操作哪些点）（只有一部分特殊的操作可以做，这些操作的数量级别和答案的数量级别大致相同）

一步一步合并两个东西

考虑东西很少的情况(只有两三个怎么构造)

猜结论，反证

染色问题可以先染两种颜色再调整

比如一个图，先找有没有哪些点可以合并/删掉，或者判掉显然不合法的情况，不改变原问题性质，然后得到了一个有特殊性质的图，在此基础上构造或直接猜有解

倒着考虑，通配符

归纳，通过之前的操作序列构造(可能要用翻转后的操作序列)

调整，贪心，退火

每次删一些节点，然后构造出剩下节点的方案，然后再构造当前节点的方案

猜测有方案能递归到子问题(-1,/2)。1.暴搜这个方案2.用子问题的方案构造新方案，可能会要用子问题方案的正串和反串

先求生成树

线段

平面上有 n 个点，由 m 条线段连接，其中

- 每条线段的端点都在这 n 个点中；
- 任意两条线段只在这 n 个点上相交；
- 每条线段只会在端点处经过这 n 个点；
- 每条线段要么是竖直的，要么斜率为 $1, 0, -1$。

换句话说，这 n 个点和 m 条线段构成了一张平面图，且每条线段的斜率为 $1, 0, -1$ 或 ∞。

现在共有 k 种颜色，将它们分别标号为 $1..k$，你想要将每个点染成这 k 种颜色中的一种，使得不存在被某条线段连接的两个点颜色相同。

$k=4$，复杂度$O(n)$

我们称某两种颜色所构成的极大连通块为一个"联盟"。假设现在有一组合法的染色方案，那么我们取出其中某一个"联盟"，将"联盟"中的这两种颜色互换，显然染色方案仍然合法。我们把这种操作称为一种"反相"操作。

假设其他点已经得出了一种染色方案，现在我们想要加入最左下角的点。显然这个点的度数 ≤ 4。如果这个点的 4 个邻居没有覆盖满 4 种颜色，那么把这个点染成没出现过的一种颜色即可。否则，设这 4 个点按顺时针顺序分别为 x_1, x_2, x_3, x_4：

- 若 x_1 与 x_3 不在 $col[x_1]$ 与 $col[x_3]$ 所构成的同一个联盟内，那么我们把 x_1 所在的 $col[x_1]$ 与 $col[x_3]$ 构成的联盟反相即可使 $col[x_1] = col[x_3]$。

- 若 x_1 与 x_3 在同一个联盟内，则由平面图性质得 x_2 与 x_4 必然不在同一个联盟内。将 x_2 所在的联盟反相即可使 $col[x_2] = col[x_4]$。

故可以构造新加入的这个点的颜色。构造总的方案归纳即可。

GP of moscow Graph Coloring

给一个 n 个点的竞赛图，给边 14 染色，使得对于任意 $i \to j \to k$，$i \to j$ 和 $j \to k$ 不同色.
$n \le 3000$.

注意到 $\binom{14}{7} > 3000$，可以给每个点一个独一无二的有 7 个 0 和 7 个 1 的 01 串.

对于每条边，一定有某一位从 0 变成了 1，将边染色成这个位对应的颜色即可.

零和

给定 K，你需要构造一个长为 n 的序列 $(A_i)_{i=1}^n$，满足：

1. A_i 是在 -10^{16} 到 10^{16} 之间的整数。
2. 恰有 K 个 $\{1,2,\cdots,n\}$ 的子集 S 满足 $\sum_{i\in S} A_i = 0$（含空集）
3. n 是 0 到 30 之间的整数。

考虑构造如下由两部分组成的方案结构：

1. 序列 $(a_i)_{i=1}^n$，满足 $a_i > 0$。
2. 序列 $(-b_i)_{i=1}^m$，满足 $b_i > \frac{\sum a_i}{2}$。

这个方案的零和子集一定是空集或选出一些 a_i 使得他们的和是某个 b_j，由这些形成 a_i 和形成的 b_j 的集合，因此如果固定 a，每个 b_i 的贡献是独立的。

考虑令 a 为某个优秀的常序列，预处理出每个 x 如果加进 b 中会对答案产生多少贡献，这可以通过背包 dp 求出，接下来考虑对于每个目标零和子集数求出方案，这同样可以用背包 dp 求出最优解。

实际上，a 序列是在 $[1,5]$ 内随机生成的长度为 22 的序列就足以通过本题，每个序列可能对少量数不合法，但是两个序列就足以构造出所有合法方案。