



8月

T1:魔法阵

选自NOIP2016普及组

45分:

$O(n^4)$ 暴力枚举四个材料

55分: 排序之后枚举, 减少枚举量

100分:

考虑 $O(n^2)$ ,

n最大值只有15000,开一个桶记录每种魔法值出现的次数。

三个约束条件

$$Xa < Xb < Xc < Xd$$

$$Xb - Xa = 2(Xd - Xc)$$

$$Xb - Xa < (Xc - Xb)/3$$

$$\text{令 } t = Xd - Xc$$

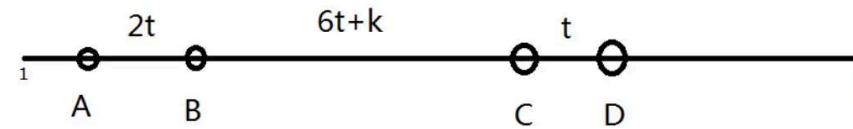
我们可以推出:

$$Xb - Xa = 2t$$

$$6t < Xc - Xb$$

$$\text{即 } 6t + k = Xc - Xb, k > 0$$

于是我们可以画图:



尝试依次枚举 $t$ 、 $A$ 的位置、 $k$

事实上枚举 $k$ 这一层可以用前缀和优化，于是只用枚举 $t$ 和 $A$ 的位置

时间复杂度 $O(n^2)$

T2:

拿掉连续 $k$ 个石头，相当于留下 $n-k$ 个石头。因为 $n$ 个石头组成的是1个环，所以考虑把输入的字符串倍长。则问题转化为是否存在长度为 $j(j=n-k)$ 的字符串使得相邻两个石头颜色不同，并且第一个和最后一个石头颜色也不同。

首先，相邻两个石头颜色相同肯定不可能被留下来。所以如果相邻两个石头颜色相同，在他们之间画一条分割线。然后把所有相邻两条分割线之间的子串取出来，对于每个 $j(1 \leq j \leq \text{子串长度 } len)$ ，判断是否存在长度为 $j$ 的合法方案。

对于每个取出的子串，记它的长度为 $len$ ，令 $j = \text{nxt}[j]$ ，则这个子串内不存在留下长度为 $len-j+1$ 的子串的方案，接着令 $j = \text{nxt}[j]$ ，继续重复上述做法，直到 $j=0$ 结束。

T3：信号传递

选自省选联考2020[A/B]卷

不卡空间也可以得到70-80分

为表述方便，以下称信号站为点，传输序列中相邻两个点之间连一条从前往后的有向边。

### 「一个显而易见的结论」

设边 $x \rightarrow y$ 的代价为 $(x, y)$ 是坐标

$$\begin{cases} y - x, & x \leq y \\ kx + ky, & x > y \end{cases}$$

显然可以将此代价分到各个点上来累加。具体来说，对于最终在坐标为x的点，序列中每有一条x→y的边，若x≤y则付出k的代价。同理对于y→x的边分别付出1和k的代价。最终总代价等于每个点的代价分别乘其代价再求和。也就是分别计算贡献。

于是我们可以得到一个基本的做法：容易发现在上述转化下，一个点的贡献只与坐标在其前面的点集有关，只序预处理出 $g(i, S)$ 表示i号点前面的点集为S时i对答案的贡献，即可用以下转移求出答案：

$$f(S) + g(i, S) \rightarrow f(S \cup \{i\})$$

暴力计算g是 $O(m^2 2^m)$ 的，从小到大枚举S递推可以优化到 $O(m 2^m)$

于是得到80分算法，现在空间复杂度与时间复杂度相同，显然空间的限制更紧，此时 $23 * 2^{23} = 192937984$ 个int空间占用为736M>512M,以下我们考虑如何优化空间。

我们这里介绍一个最直接的优化方法，我们发现没有必要考虑 $i \in S$ 的 $g(i, S)$ 。这样对于每个i而言只有 $2^{22}$ ,总量减少了一半。

于是空间优化到368M左右，可以通过本题。

T4 :树

选自省选联考2020[A/B]卷

[01trie维护异或和-OIwiki](#)

dfs时用01trie维护即可