

8月

T1:light

这道题本来是北京市选题，但是我觉得拿省选题作NOIP模拟T1不太厚道，于是更改了数据范围。

$n=2$ 首先要想到等比数列

当光线射入两层玻璃时也有固定的透光和反射比例，于是我们考虑合并两个玻璃，这样就转化成 $n=2$ 的问题了。

T2:mad

令 $f_i$ 表示考虑 $N=i$ 时的方案数

考虑最右侧多出了一列，对于右边不放 $1 \times 1$ 的方块的情况，我们可以直接放一个 $1 \times 2$ 的方块，也可以横着放两个 $1 \times 2$ 的方块覆盖 $2 \times 2$ 的区域。

发现另一个 $1 \times 1$ 的方块能放在 $1 \sim i-2$ 列上，且每列恰只有一个位置可行。

然后这个 $1 \times 1$ 的方块左边的区域可以任意摆放，右边的区域只有一种方案。

设 $g_i$ 表示 $2 \times i$ 的区域只用 $1 \times 2$ 的方块覆盖的方案数， $h_i$ 表示 $g_i$ 的前缀和（特别地， $g_0 = 1$ ）

那么有 $f_i = f_{i-1} + f_{i-2} + 2h_{i-3}$

发现 $g$ 是Fib,而斐波拉契数列的前缀和满足 $h_i = g(i+2) - 1$

所以 $f_i = f_{i-1} + f_{i-2} + 2g_{i-1} - 2$

用矩阵快速幂维护即可。需要维护 $5 \times 5$ 的矩阵

$O(125T \log n)$

T3:fes

首先依据题意我们可以确定 $m1$ 是已经明确量之间的关系，那么根据差分约束模板，我们可以建边 $\text{add}(x,y,-1), \text{add}(y,x,1)$ 。（ $x = y + 1$ 等价于 $x \leq y + 1$ 并且 $y \leq x - 1$ ）

对于 $m2$ 我们建边 $(x,y,0)$ 。（ $x \leq y$ ）

那么答案便是最长路+1,注意要判断无解的情况。

可以用Floyd实现，不过有可能会TLE。

我们可以发现连接强连通之间的边必定是属于 $m2$ 的边，那么我们可以不必在乎强连通之间究竟大多少，我们可以知道各个强连通皆可以对答案产生贡献。

那么最后答案就为:各个强连通内的最长路+连通分量的个数

事实上由于强连通图上的floyd常数极其小，分别在每个强连通分量内floyd即可通过本题。

T4:subsequence

让我们考虑下面的DP:

$dp[i][j]$  = 对前 $i$ 项进行运算，使 $A_i$ 的值变为 $A_i + j$  ( $j \neq 0$ )的方法数。

由于 $j \neq 0$ 的限制，我们知道在 $dp[i][j]$ 中计算的操作总是选择 $A_i$ 进行操作。也就是说，下一个被选择的项将增加 $A_i + j$ 。

情况 $A_i + j \neq 0$ 的转移很简单。但是当 $A_i + j = 0$ 出现时会发生什么?  $A_k + v$ , 我们需要从 $A_{i+1}, \dots, A_{k-1}$ 中选择值 $v$ 。

让 $A_k$ 成为下一个要改变的项。要改变 $A_k \rightarrow A_k + v$ , 我们需要从 $A_{i+1}, \dots, A_{k-1}$ 中选择值 $v$ 。

以上涵盖了所有可能的转移。通过适当地执行这些转移, 可以在 $O(N^3 \max(|A_i|))$ 内解决这个问题。