

NOI2023 模拟赛 Solution

FSYo

October 5, 2023

1 避难

将点按照它到上方第一个避难点的距离排序，那么最优的设置方法为设置在最大的 k 个点的 LCA 处，实现一个 LCA 即可。

2 吃药

当两次吃药重合时，我们会选择一个在前一天吃，枚举是哪一个进行 DP， $dp_{i,0/1}$ 表示在 i 放一种药， $i-1$ 放另一种药的最小个数。预处理出下一个在哪里会撞上即可。

3 寻宝

令 $f_{S,i,j}$ 表示没有选的集合为 S ， A, B 中在先手在 i ，后手在 j 的情况下，现手能多拿多少。若 i 上有宝藏，即可转移到下一状态，故只需要考虑同一层的转移。

现在有若干点的权值是确定的，从确定的状态开始，推其他的状态 ($f_x = \max_v - f_v$)，转移不动时发现，当前权值最大的点的 f_x ，若 $f_x > 0$ 那么它的权值一定确定了，继续用 x 来更新其他点的状态。当全部更新不动时没有确定的点 $f_x = 0$ 。类似迪杰斯特拉实现，复杂度 $O(2^k nm \log n)$ 。

由于数据较为难造，大家可以前往 <https://qoj.ac/contest/1207/problem/6331> 提交更好得检查自己的正确性。

4 盗梦

题意即为：有 a_i, b_i ，一开始 $b_i = \infty, a_i = 0$ 。1, 2 操作为区间 a_i 加减 1，3 操作为若 $b_i = \infty$, $b_i := a_i$ ，4 操作为若 $b_i \neq \infty$, $a_i := b_i, b_i := \infty$ 。

考虑维护 $c_i = a_i - b_i$ ，那么 3, 4 操作改为 $if : c_i = \infty, c_i := 0, if : c_i \neq \infty, a_i - = c_i, c_i = \infty$, 1, 2 会有 c_i 加减一。

考虑用线段树打标记，标记为一个函数 $f(x)$ 表示若当前 $c_i = x$ ，在操作结束后 c_i 是多少。容易发现 $f(x)$ 是个分段函数，在 $[0, b]$ 为常数， (b, ∞) 为一次函数。这样可以维护 c_i 的变换。4 操作时可以对 a 的变换也维护一个 $g(x)$ ，表示若原本 $c_i = x$ ，结束后 a 为多少，4 操作时会将 $f(x)$ 加到 $g(x)$ 上，此后整个区间 c_i 相同，再做 4 操作只会加减常数，也就是说 $g(x)$ 也可以用分段函数表达。复杂度 $O(n \log n)$ 。