

CCF 全国青少年信息学奥林匹克联赛

CCF NOIP 2024

模拟试题

时间：2024年10月01日 8:00 ~ 12:30

题目	简单数论	简单背包	简单计数	简单判断
题目类型	传统型	传统型	传统型	传统型
目录	math	bag	count	mvp
可执行文件名	math	bag	count	mvp
输入文件名	math.in	bag.in	count.in	mvp.in
输出文件名	math.out	bag.out	count.out	mvp.out
每个测试点时限	1.0秒	1.0秒	1.0秒	3.0秒
内存限制	512 MiB	512 MiB	512 MiB	512 MiB
测试点数目	10	20	20	20
测试点是否等分	是	是	是	是

提交源程序文件名

对于C++ 语言	math.cpp	bag.cpp	count.cpp	mvp.cpp
----------	----------	---------	-----------	---------

编译选项

对于C++ 语言	-O2 -std=c++14 -static
----------	------------------------

注意事项（请仔细阅读）

- 文件名（程序名和输入输出文件名）必须使用英文小写。
- C/C++ 中函数main()的返回值类型必须是int，程序正常结束时的返回值必须是0。
- 提交的程序代码文件的放置位置请参考各省的具体要求。
- 因违反以上三点而出现的错误或问题，申诉时一律不予受理。
- 若无特殊说明，结果的比较方式为全文比较（过滤行末空格及文末回车）。
- 选手提交的程序源文件必须不大于100KB。
- 程序可使用的栈空间内存限制与题目的内存限制一致。
- 全国统一评测时采用的机器配置为：Intel(R)Core(TM)i7-8700K CPU@3.70GHz，内存32GB。
上述时限以此配置为准。
- 只提供Linux格式附加样例文件。
- 评测在当前最新公布的NOI Linux 下进行，各语言的编译器版本以此为准。

简单数论 (math)

【题目描述】

小 A 定义 $S(m)$ 代表一个正整数 m 的各个数位之和。

例如, $S(154) = 1 + 5 + 4 = 10$, $S(147) = 1 + 4 + 7 = 12$ 。

给定正整数 n , 小 A 想知道有多少个正整数 $m \leq n$ 满足 $n \bmod m = S(m)$ 。

【输入格式】

从文件 `math.in` 中读入数据。

每一组数据内包含多个测试点。

数据的第一行为一个正整数 T , 代表测试点个数。

接下来 T 行, 每一行包含一个正整数 n , 意义如题面所示。

【输出格式】

输出到文件 `math.out` 中。

对于每一个测试点, 输出一行包含一个正整数, 代表符合条件的 m 的数量。

【样例1输入】

```
1 8
2 11
3 45
4 14
5 191
6 9810
7 20061130
8 20080520
9 998244353
```

【样例1输出】

```
1 1
2 3
3 0
4 3
5 17
6 10
7 3
8 15
```

【样例1解释】

对于 $n = 11$ 的情况, 只有 $m = 10$ 时满足。

对于 $n = 45$ 的情况, 当 $m = 18, 21, 36$ 时满足。

对于 $n = 14$ 的情况, 可以证明不存在正整数 $m \leq n$ 满足题意。

【数据范围】

对于所有数据, 有 $1 \leq \sum n \leq 10^{12}, 1 \leq T \leq 100$ 。

测试点	$\sum n \leq$
1 ~ 4	10^5
5 ~ 10	10^{12}

简单背包 (bag)

【题目描述】

小 B 找到了 n 种不同的矿石，它们的数量都是无限的。对于第 i 种矿石，其质量为 a_i ，但有用物质的含量仅为 b_i 。

小 B 有一台机器，可以对任意两块矿石进行融合，融合后的矿石质量为融合前矿石的质量之和，有用物质的含量也为融合前的含量之和。

矿石的价值体系由 10 个整数 $v_1 \leq v_2 \leq \dots \leq v_{10}$ 组成，若有用物质占比 $\frac{b_i}{a_i} \in (\frac{k-1}{10}, \frac{k}{10}]$ ，则矿石 **单位质量** 的价值为 v_k 。

现在小 B 有一个容量为 m 的背包，机器的融合次数不限，请计算背包内矿石的最大总价值。

【输入格式】

从文件 `bag.in` 中读入数据。

第一行包含十个正整数 v_1, v_2, \dots, v_{10} ，代表矿石价值体系。

第二行包含两个正整数 n, m ，代表矿石种数和背包大小。

接下来 n 行，每行两个正整数 a_i, b_i ，表示矿石的相关参数。

【输出格式】

输出到文件 `bag.out` 中。

输出一行包含一个正整数，代表最大总价值。

【样例1输入】

```
1 | 1 1 1 1 1 3 3 3 4 5
2 | 2 10
3 | 4 2
4 | 6 5
```

【样例1输出】

```
1 | 30
```

【样例1解释】

将两种矿石融合，得到质量为 10 且有用物质含量为 7 的矿石，其价值为 $10 \times a_7 = 30$ 。

可以证明没有更好的方案。

【样例2】

见选手目录下的 `bag/bag2.in` 与 `bag/bag2.ans`。

【数据范围】

对于所有数据, 有 $1 \leq n, m \leq 3000, 0 < b_i \leq a_i \leq 3000, 1 \leq v_i \leq 10^5$ 。

测试点	特殊性质
1 ~ 6	$a_i \geq \frac{m}{3}$
7 ~ 12	$a_i \leq 20$
13 ~ 20	无

简单计数 (count)

【题目描述】

小 C 有一个长度为 n 的序列 a ，他定义区间 $[l, r]$ 是好的，当且仅当区间 $[l, r]$ 内的每个元素的出现次数都恰好为 k 。

请求出所有的好元素的数量。

【输入格式】

从文件 `count.in` 中读入数据，每组数据包含多个测试点。

每个测试点的第一行包含两个正整数 n, k ，表示序列长度和要求的元素出现次数。

接下来一行包含 n 个正整数，代表序列 a 。

【输出格式】

输出到文件 `count.out` 中。

对每一个测试点，输出一行一个正整数，代表好区间的数量。

【样例1输入】

```
1 | 1
2 | 10 2
3 | 3 1 2 2 1 3 3 1 2 1
```

【样例1输出】

```
1 | 8
```

【样例1解释】

区间 $[3, 4], [6, 7], [2, 5], [5, 8], [1, 6], [2, 7], [3, 8], [4, 9]$ 都是好区间。

【样例2】

见选手目录下的 `count/count2.in` 与 `count/count2.ans`。

【数据范围】

对于所有数据，有 $1 \leq \sum n \leq 2 \times 10^5, 1 \leq a_i \leq 10^9$ 。

测试点	$\sum n \leq$	特殊性质1	特殊性质2
1 ~ 4	2×10^3	无	无
5 ~ 7	2×10^5	$k = 2$	无
8 ~ 10	2×10^5	$k = 3$	$a_i \leq 20$
11 ~ 20	2×10^5	无	无

简单判断 (mvp)

【题目描述】

共有 n 名选手参加了比赛，在比赛中，他们进行了 m 轮的对决，保证每位选手至少会参与一场对决中。

- 第 i 场对决的是选手 a_i 和 b_i
- 每场对决分为上下半场：
 - 上半场选手 a_i 的得分为 x_i ，选手 b_i 的得分为 y_i 。
 - 下半场两位选手的得分总和已知，为 z_i ，但为了保留悬念，他们的具体得分未知，但保证每名选手的得分为非负整数。
 - 在整场对决中，两位选手的得分为上下半场得分之和。

定义每位选手的关键得分为所有他参与的对决中最少的得分，若某选手的关键得分严格大于其它选手的关键得分，则他会获得最佳选手奖。

请找出所有可能获得最佳选手奖的选手。

【输入格式】

从文件 `mvp.in` 中读入数据。数据包含多个测试点。

输入的第一行包含一个正整数 T ，代表测试点的数量。

对于每个测试点，第一行包含两个正整数 n, m ，代表选手数和对决数。

接下来 m 行每行包含五个整数 a_i, b_i, x_i, y_i, z_i ，意义如题所示。

【输出格式】

输出到文件 `mvp.out` 中。

对于每个测试点：

第一行输出一个正整数 k ，代表可能成为最佳选手的选手数量。

第二行输出 k 个正整数，按 **升序** 输出所有可能成为最佳选手的选手编号，当 $k = 0$ 时，输出一个空行。

【样例1输入】

```
1 | 1
2 | 3 2
3 | 1 2 2 3 6
4 | 2 3 7 7 2
```

【样例1输出】

```
1 | 3
2 | 1 2 3
```

【样例1解释】

对于选手 1，当且仅当两场对决的下半场的得分全部分别由 1, 2 号选手获得时才能成为最佳选手，此时选手 1 的关键得分为 8，选手 2 的关键得分为 $\min(3, 9) = 3$ ，选手 3 的关键得分为 7。

【样例2】

见选手目录下的 `mvp/mvp2.in` 与 `mvp/mvp2.ans`。

【数据范围】

对于所有数据，有 $1 \leq T \leq 2 \times 10^5, 1 \leq \sum n, \sum m \leq 10^6, 0 \leq x_i, y_i, z_i \leq 10^9$

测试点	特殊性质
1 ~ 3	保证每一个测试点中 $2 \times m = n$
4 ~ 7	保证每一个测试点中 $m = n$ 且每位选手恰好参与两场对决
8 ~ 14	保证 $\sum n \leq 2 \times 10^3, \sum m \leq 4 \times 10^3$
15 ~ 20	无